Microeconomia per la Finanza
Esercitazione 1
utilità attesa, attitudine al rischio

Paolo Crosetto
pcrosetto@luiss.it

8 Aprile 2010

1. Che faremo?

Dove torvare i materiali:

- queste slides: `http://docenti.luiss.it/crosetto/`;
- soluzioni degli esercizi [in Inglese!]: `http://docenti.luiss.it/dicagno/`

1. Valore atteso $\rightarrow$ $EV = \sum_i p_i \cdot w_i$
2. Varianza $\rightarrow$ $VAR = \sum_i p_i \cdot (w_i - EV)^2$
3. Diagramma Media - Varianza
4. Funzione di utilità $\rightarrow$ $u(w)$
5. Utilità attesa $\rightarrow$ $EU = \sum_i p_i \cdot u(w_i)$
6. Diagramma dell'utilità
7. Equivalente certo $\rightarrow$ $u(CE) = EU$
8. Assicurazione completa

Diagramma Media - Varianza

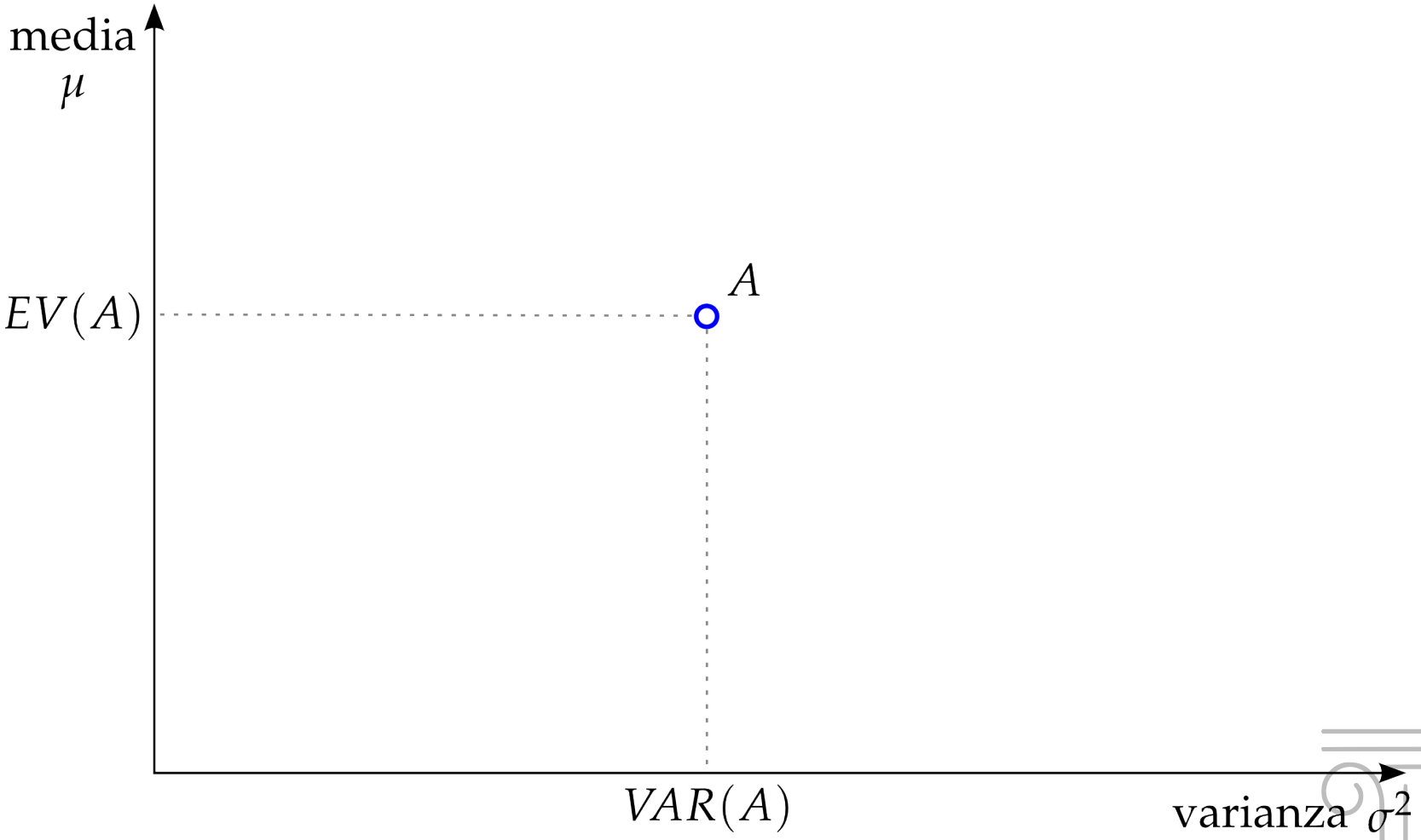


Diagramma Utilità - *risk-neutral*

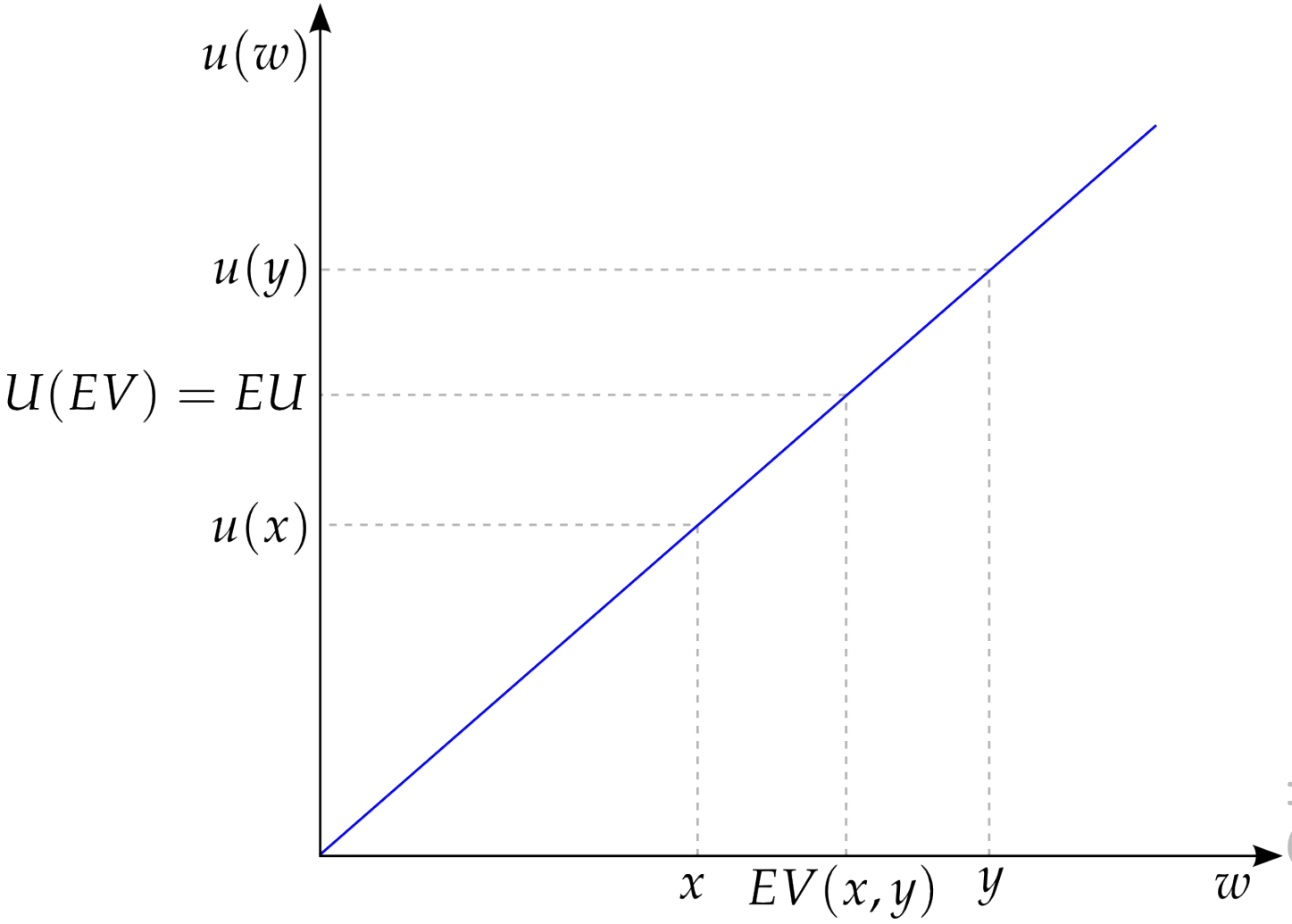


Diagramma Utilità - *risk-averse*

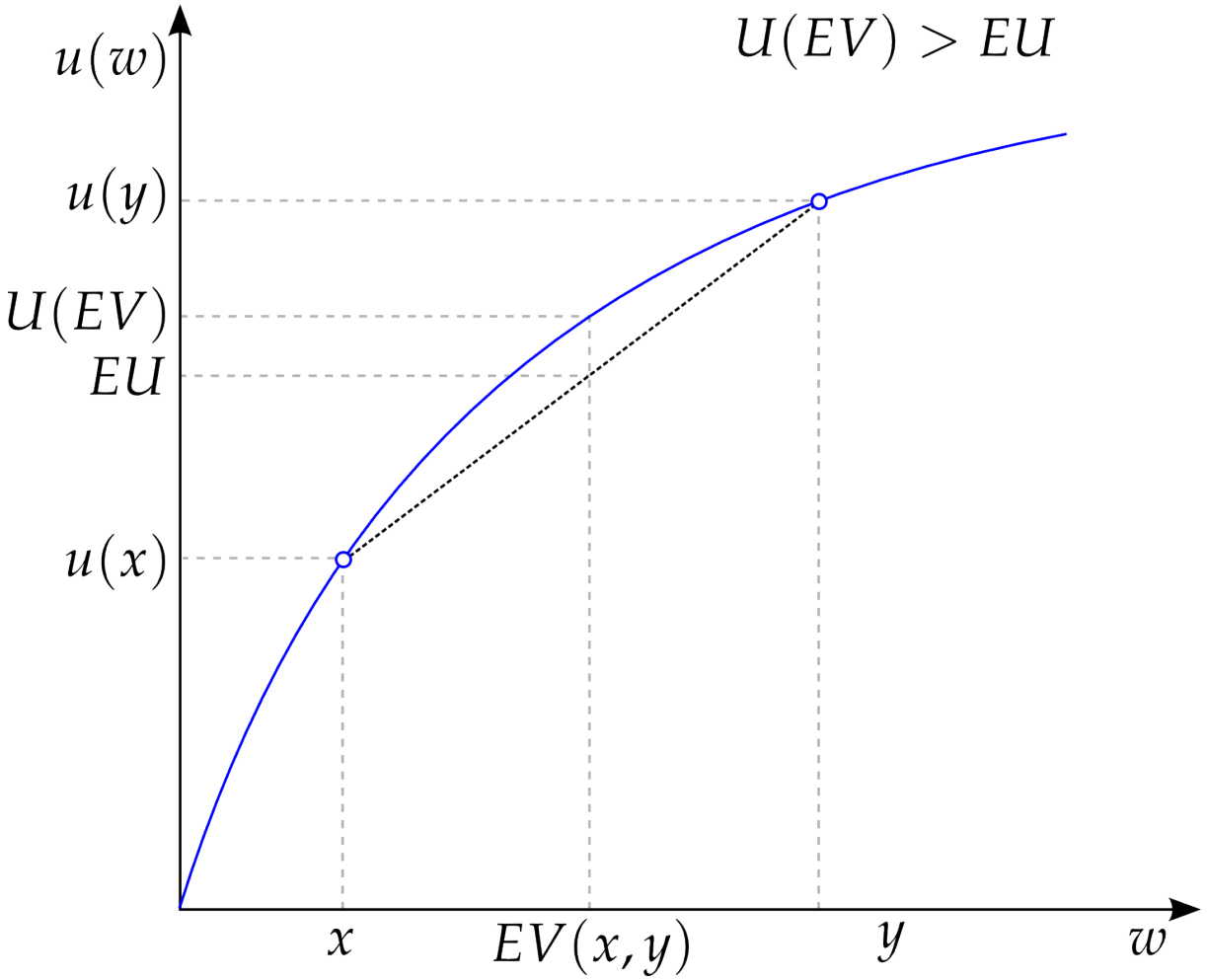
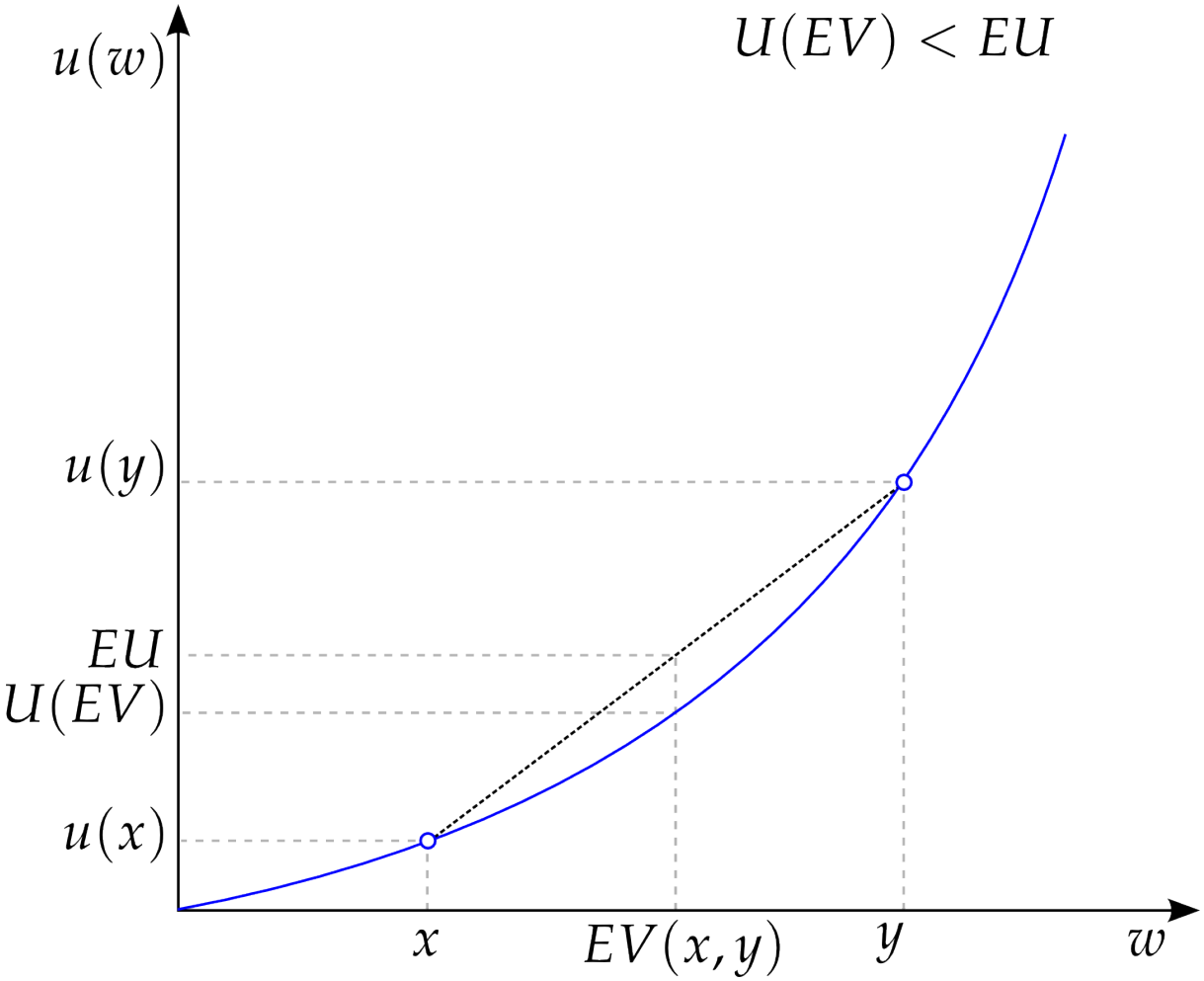


Diagramma Utilità - *risk-lover*



Esercizio 1 - scelta in condizioni di incertezza

State per investire 100 Euro, e avete di fronte due opportunità:

1. comprare azioni di una società start-up operante internet;
2. comprare azioni di una società di pubblica utilità (energia elettrica, gas...)

Per la società internet stimate che ci sia una probabilità di 0.3 che il valore cresca del 20%, e una uguale probabilità che decresca del 20%; nel restante 0.4 di probabilità il valore resterà costante. Nel caso della società di pubblica utilità, stimate invece che il valore resterà costante con probabilità 0.8, crescerà del 20% con probabilità 0.1 e decrescerà del 20% con probabilità 0.1.

(a) Calcolate il valore atteso e la varianza di questi due prospetti e rappresentateli Diagramma Media - Varianza;

(b) Ipotizzate che la vostra funzione di utilità sia $u(w) = w$, in cui w è il reddito generato dal prospetto. Calcolate la vostra utilità attesa. Quale prospetto scegliete? Siete avversi, amanti o neutrali rispetto al rischio? Rappresentate la situazione in un Diagramma dell'utilità e in un Diagramma Media - Varianza.

(c) Ipotizzate di essere amanti del rischio, con utilità data da $u(w) = w^2$. Quale prospetto scegliete? Rappresentate la situazione in un Diagramma dell'utilità e in un Diagramma Media - Varianza.

Esercizio 2 - scelta in condizioni di incertezza

Supponete di avere la seguente funzione di utilità:

$$u(w) = 2w + 10\sqrt{w}$$

e di avere di fronte due opportunità di lavoro:

1. paga un salario di 40.000 con certezza;
2. paga un salario base di 20.000, ma offre la possibilità di un bonus di 40.000 in più; siete convinti che la possibilità di ottenere il bonus sia del 50%.

(a) Qual è il salario atteso nei due prospetti?

(b) Quale lavoro offre l'utilità più elevata?

(c) Siete avversi, amanti o neutrali rispetto al rischio?

Esercizio 3 - scelta in condizioni di incertezza

Immaginate che la vostra funzione di utilità rispetto a una lotteria che vi dà diritto a x se un certo evento si avviene e y se non avviene abbia la forma

$$p\sqrt{x} + (1-p)\sqrt{y}$$

in cui p è la probabilità che l'evento avvenga e $(1-p)$ che non avvenga.

(a) se $p = 0.5$, calcolate l'utilità di una lotteria che vi dà 10.000 se l'evento capita e 100 se non capita;

(b) calcolate l'equivalente certo (CE) di questa lotteria;

(c) se foste sicuri di ricevere 4900, quale sarebbe la vostra utilità?

Esercizio 4 - scelta in condizioni di incertezza

Anna è avversa al rischio e ha l'obiettivo di massimizzare la propria utilità, data da $u(w) = \sqrt{w}$. Anna possiede 50.000 euro in investimenti sicuri, e in più possiede una casa che vale 200.000 euro. In caso d'incendio, che ha una probabilità di 0.01, Anna può rivendere il terreno e le rovine per 40.000 euro.

(a) Calcola la ricchezza attesa di Anna;
(b) Calcola l'utilità attesa;
(c) Calcola l'equivalente certo per Anna;
(d) Immagina che Anna possa comprare un'assicurazione sulla casa al prezzo di 1 euro per ogni 100 euro assicurati. Anna è completamente assicurata se la sua ricchezza è esattamente la stessa che ci sia o non ci sia l'incendio. Quanta assicurazione deve comprare Anna per essere completamente assicurata?
(e) Qual è la ricchezza attesa di Anna quando è completamente assicurata?
(f) E l'equivalente certo?
(g) E l'utilità attesa?
(h) Conviene ad Anna assicurarsi o meno?

Esercizio 5 - Diagramma dell'utilità

Mostrate graficamente che per un amante del rischio

(a) l'utilità derivata dal valore atteso di una lotteria è minore del valore atteso della lotteria (cioè $u(EV) < EU$)

(b) l'equivalente certo di una lotteria è maggiore del valore atteso della lotteria (cioè $CE > EV$)